

بِنامِ خدا
تدریس ریاضی عمومی ۲
جلسہ اول
محمدپور

رأی کاربردی - کاربردی فی

به نام خدا

حلبه اول: توابع چند متغیره

هرگاه متغیر y به متغیر x وابسته و یا به عبارت دیگر y تابعی از x باشد، از نماد $y = f(x)$ استفاده می‌کردیم و آن را یک تابع یک متغیره می‌گفتیم. متغیر x را متغیر مستقل

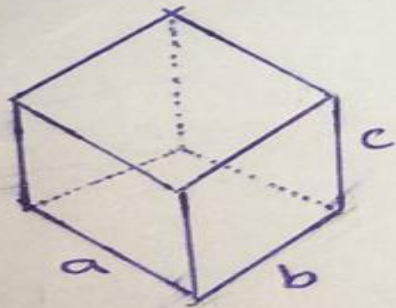
و متغیر y را متغیر وابسته می‌نامیم. کمیت‌های فداوانی وجود دارد که مقدار آنها به چند کمیت دیگر وابسته است، این مطلب باعث شده نیاز به تعریف توابعی با بیش از یک متغیر مستقل پیدا کنیم. مثال‌های زیر نمونه‌هایی مناسب برای توضیح این مطلب می‌باشند.

مثال ۱: حجم یک استوانه قائم به شعاع r و ارتفاع h برابر است با: $V = \pi r^2 h$.
بنابراین V تابعی از دو متغیر r و h است. هرگاه این تابع را با f نمایش دهیم، آنگاه می‌نویسیم:
 $V = f(r, h) = \pi r^2 h$ و f را یک تابع دو متغیره می‌گوییم.



مثال ۲: سطح کل یک مکعب مستطیل با ابعاد a ، b و c عبارت است از:
 $S = 2(ab + ac + bc)$ بنابراین S تابعی از سه متغیر a ، b و c است.
 هرگاه این تابع را با f نمایش دهیم، آنگاه می‌نویسیم:

$S = f(a, b, c) = 2(ab + ac + bc)$ و f را یک تابع سه متغیره می‌گوییم.



دامنه توابع چند متغیره : همانند توابع یک متغیره ، هرگاه تنها متغیره یک تابع n - متغیره باشد f داده شده باشد ، منظور از دامنه این تابع ، وسیع ترین مجموعه ای از نقاط $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ است که $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ یک عدد حقیقی باشد .

تذکره : در این فصل ، اغلب توابعی که در نظر می گیریم شامل دو یا سه متغیره مستقل می باشد . وقتی تابع f به دو متغیره مستقل بستگی دارد ، معمولاً متغیره های مستقل را با x و y و متغیره وابسته را با z نمایش می دهیم و می نویسیم : $z = f(x, y)$ و هنگامی که تابع f به سه متغیره مستقل بستگی دارد ، متغیره های مستقل را با x, y, z و متغیره وابسته را با w نمایش داده و می نویسیم : $w = f(x, y, z)$.

مثال ۱: دامنه تابع دو متغیره زیر را بدست آورید.
 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$

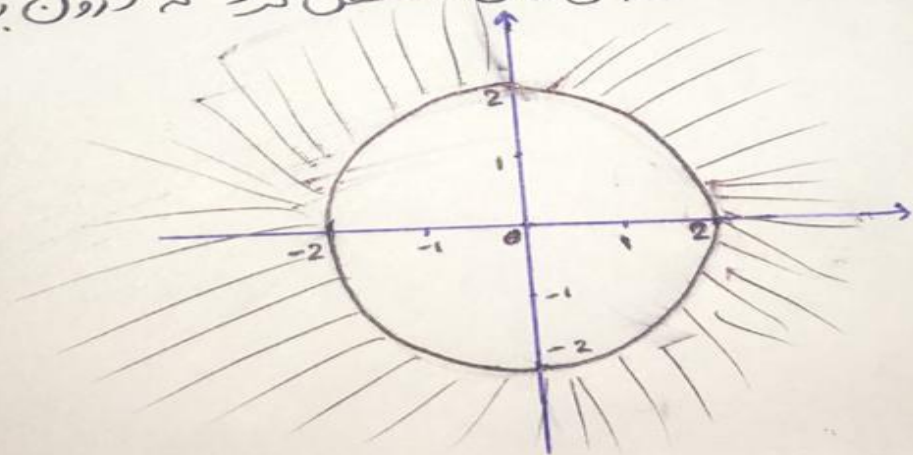
حل:

$$D_f = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 - 4 \geq 0\} = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 4\}$$

معادله $x^2 + y^2 = 4$ یک دایره به مرکز $(0, 0)$ و شعاع ۲ می باشد.

لذا دامنه تابع f مجموعه نقاط بیرون و روی محیط این دایره می باشد.

(را هفتایی: با انتخاب یک نقطه دلخواه از صفحه می توان مشخص کرد که درون یا بیرون این دایره، دامنه است.)



مثال ۲: دامنه تابع دو متغیره زیر را بدست آورید.

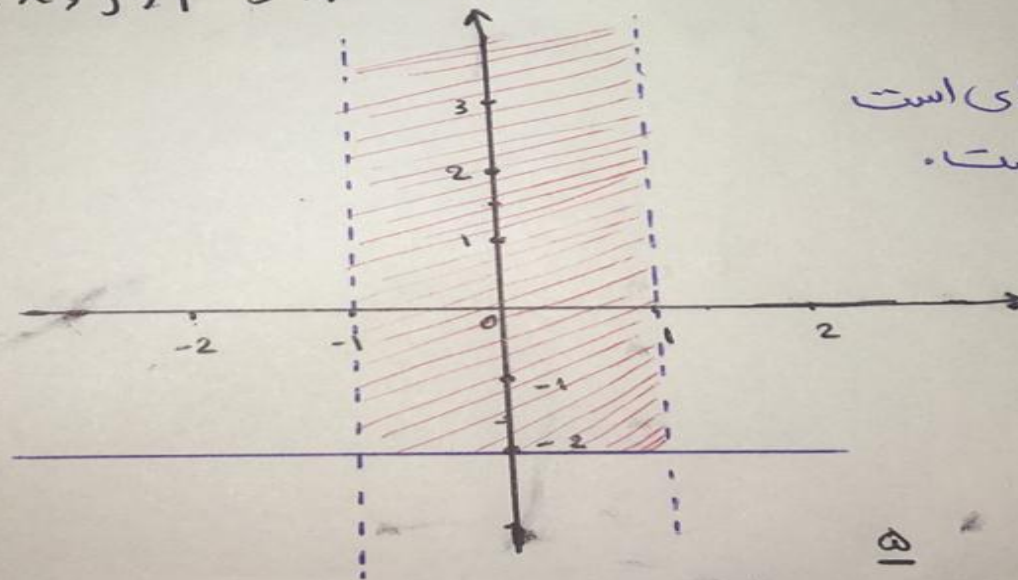
$$f(x, y) = \frac{\sqrt{y+2}}{\sqrt{1-|x|}}$$

حل:

$$D_f = \{ (x, y) \mid y+2 \geq 0, 1-|x| > 0 \}$$

$$= \{ (x, y) \mid y \geq -2, |x| < 1 \} = \{ (x, y) \mid y \geq -2, -1 < x < 1 \}$$

- دامنه تابع در شکل ناحیه ای است
که با رنگ قرمزها شرفورده است.



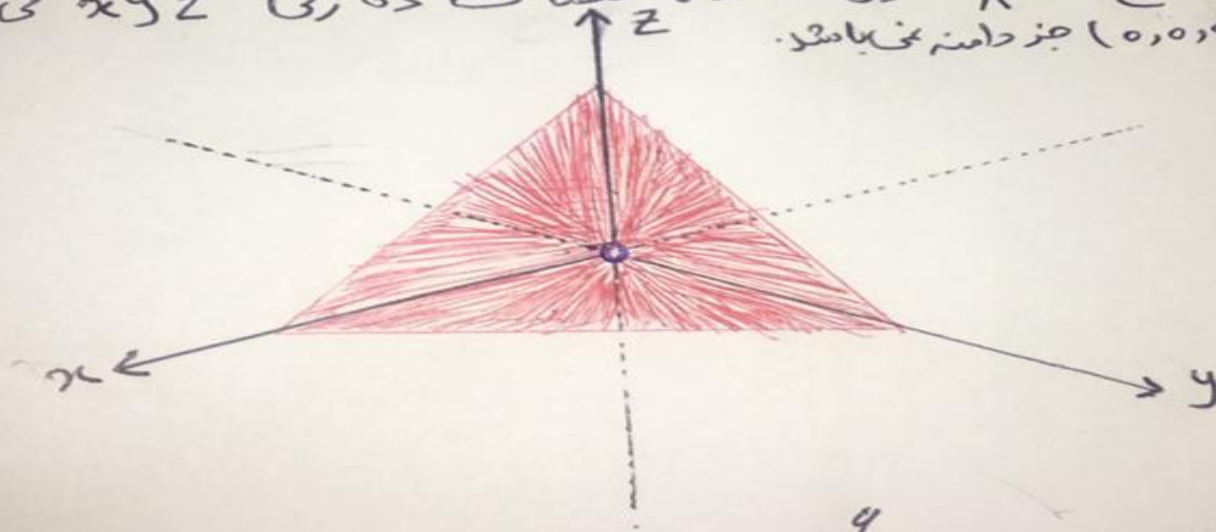
مثال ۳: دامنه تابع زیر را بدست آورید.

$$f(x, y, z) = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \ln z$$

$$D_f = \{(x, y, z) \mid x \geq 0, y \geq 0, z > 0\}$$

حل:

دامنه تابع مجزیه نقاط واقع در $\frac{1}{8}$ اول دستگاه مختصات دکارتی x, y, z می باشد. اما مبدأ مختصات یعنی نقطه $(0, 0, 0)$ جز دامنه نمی باشد.



پایان جلسه اول